

## КОНСПЕКТ ГЛАВЫ 8

### Методы решения управленческих задач

#### 8.1 Регрессионный анализ

Событие- всякий факт, который может произойти или не произойти в результате опыта как результат предпринятого действия(действий).

События могут быть достоверными, возможными и невозможными.

Достоверные события- события, которое непременно должно произойти.

Возможное- событие, которое может произойти или не произойти: падение монеты гербом вверх, выполнение плана на 100% и др.

Невозможное- событие, которое может произойти: появление двух тузов при вытаскивании одной карты, выпуск сверх плановой продукции без использования дополнительных ресурсов и др.

Для выражения возможности события используют численную меру. Численную меру возможности события наз. вероятностью.

Ее можно вычислить по формуле:

$P(A)=m/n$ , где  $m$ - число случаев, когда событие  $A$  может произойти;  $n$ - общее число случаев.

Случайные события можно характеризовать числами. Такие числа называют случайные величинами. Случайная величина может принять то или иное значение, заранее не известное.

Конкретное измеренное значение случайной величины называют ее реализацией. Различные реализации случайной величины относят к несовместимому событию.

Случайная величина не может быть описана одним конкретным числом. Ее можно описать либо количественными характеристиками, либо законом распределения.

Наиболее полная характеристика случайной величины- закон ее распределения. Он показывает какова вероятность появления каждого возможного значения случайной величины или каким образом суммарная вероятность появления случайной величины, равная единице, распределена между ее возможными значениями случайной величины и вероятностями их появления.

Из множества законов наиболее распространен нормальный закон распределения с помощью которого решают различные задачи оптимизации, в том числе в условиях неопределенности.

Регрессивный анализ представляет собой статистическую процедуру для их тематического расчета среднего соотношения зависимой и независимой переменных. Выделяют две вида регрессии- простую и множественная. Простая регрессия включает одну независимую переменную, множественная – две и более.

## **8.2 Метод Лагранжа**

Вся совокупность методов решения управленческих задач делится на две группы аналитические и численные. При выборе метода решения конкретной задачи следует учесть, что аналитическое решение различных факторов на оптимальное решение.

Дифференциальное исчисление- метод поиска оптимального решения через вычисление производных оптимизируемой функции. Для отыскания экстремума функции одной переменной  $J(x)$  необходимо найти решение управления.

$$dJ/dx=0.$$

Метод Лагранжа - метод дифференциального исчисления применяемый при наличии ограничивающих условий. Этот метод позволяет перейти от оптимизационной задаче без ограничений при совпадении решении.

## **8.3 Метод Гауссе**

Метод — Гауссе- это последовательное изменение состава опорного решения до получения оптимального варианта, не допускающего улучшения, это способ решения оптимизационной задачи, у которой оценка и ограничения являются линейными функциями.

При наличии двух ограничений в конечном оптимизационном решении будут две переменные, отличные от нуля.

## **8.4 Линейное программирование**

Линейное программирование- математический метод, предназначенный для выявления оптимального решения из большого числа возможных вариантов решения задачи, у которой условия позволяют записать в виде линейных соотношений.

Линейное программирование применяется для решения задач следующего типа: распределение ресурсов, формирование комбинации норм, составление портфеля инвестиций, выбор производственной программы.

Симплекс-метод – это алгоритм формального пересчета вариантов решения задачи с последовательным движением к оптимальному решению. Каждый шаг алгоритма расчетов улучшает предыдущие решения.

Зачастую к определенным величинам в задаче линейного программирования предъявляют требования целостности исходя из смысла переменной.

Двойственная задача линейного программирования.

Каждой задаче линейного программирования можно сопоставить другую, называемую двойственной по отношению к исходной (прямой).

Более того, величина двойственной оценки показывает на сколько возрастает максимальное значение целевой функции прямой задачи функции при увеличении количества соответствующего ресурса на 1 ед.

### 8.5 Целочисленное программирование

Под целочисленным или дискретным программированием понимают задачи, в которых искомые переменные могут принимать только целые значения: число рабочих, разделяемых по рабочим местам, количество единиц оборудования, устанавливаемых на заданной площади и т.п.

Аналитическая задача целочисленного программирования формулируется:

$$\max(\min)L = \sum_{i=1}^m \Delta b_i z_i^0, \text{ где } x_j = 0, 1, 2, \dots \text{ целые } (j=1, \dots, \text{ целые } n, 1 \leq n).$$

если добавить новые ограничения, связывающие внешние целостные точки, а затем в качестве многогранника использовать все выпуклое множество, ограниченное осями координат и новым контуром, то получим новую задачу линейного программирования со следующими свойствами:

- 1) новый многогранник решений содержит, все целые точки, заключившиеся в первоначальном многограннике решений, любая его угловая точка – целая.
- 2) так как целевая функция достигает оптимума в угловой точке то построением многогранника обеспечивается целочисленность оптимального решения.

В ряде случаев задачу целостного программирования решают следующими способами: как непрерывную задачу линейного программирования; округляют переменные; проверяют доступность округленного решения; если решение допустимо, то оно принимает как целочисленное.

### 8.6 Метод ветвей и границ

Задача линейного программирования решается без учета целостности. Далее рассматривают одну из переменных  $x_j$  на которую накладывают ограничения целочисленности, но получившую дробное значение.

$x_j \leq [x_j^*]$  и  $x_j \geq [x_j^*] + 1$ , где  $[x_j^*]$  - целая часть нецелочисленного значения переменной  $x_j^*$  в оптимальном решении.

Если одно из решений удовлетворяет требованию целочисленности, значением целевой функции принимается за граничное  $L_{zp}$ . При этом рассмотрение других задач продолжается до тех пор, пока не будет получено:

- на одной из ветвей- недопустимое решение;
- на одной из ветвей – целочисленное решение. Тогда значение целевой функции сравнивается с  $L_{zp}$ ; если полученное значение хуже, оно отбрасывается, если лучше, то принимается за граничное;
- на одной из ветвей – нецелочисленное решение, однако при этом значением целевой функции хуже граничного. Тогда дальнейшее рассмотрение также, прекращается.

### **8.7 Задачи с булевыми переменными**

С помощью булевых переменных можно решать самые различные по содержанию задачи, в которых надо выбирать из имеющихся различных вариантов.

Сравнивая значение прибыли в оптимальном решении ( $\max L=300$ ) с прибылью при выполнении дополнительных условий, можно сделать вывод, что она приводят к снижению прибыли.

### **8.11 Блочное программирование**

В решении экономических задач часто появляются математические модели, в которых отдельные ограничивающие условия содержат все переменные (ограничения, образующие блок-связку), а другие – только часть переменных (ограничения, образующие блоки). Математическая формулировка может содержать значительное число блоков.

Постановка задач данного класса относятся к производственным комплексам, холдингам, финансово - промышленным группам, корпорациям и т.п. В свою очередь они имеют в своем составе нескольких других предприятий, отличающихся индивидуальными локальными характеристиками (ресурсы, показатели), но в то же время объединенных совокупностью ограничений (общих для всей системы) и единой целевой функции.

Особенность таких задач- большая размерность. Современные программные средства в большинстве используют специальные методы решения с разложением (декомпозиции) задачи на  $P$  подзадач, например, метод декомпозиции Данцига-Вульфа. По этому методу каждый блок матрицы

формируется и отлаживается автономно как отдельная подзадача с последующим объединением блоков общими ограничениями на этапе окончательного составления задачи.

### **8.12 Теория графов**

Наглядность геометрии широко используют при анализе больших технических и организационных систем.

Граф- универсальное средство наглядного представления достаточно разнообразных задач в виде совокупности вершин и ребер. Варианты сочетаний различных ребер и вершин представляют многообразие возможных графов и способов их применения.

Сетями представляют различные задачи, в которых исследуют перемещение или выполнение работ во времени. Характеристиками сети демонстрирует взаимосвязь различных вершин и направлена связывающих их дуг.

Каждую вершину сети нумеруют порядковым номером. Начальную вершину в описании движения потоков называют источником, конечную- стоком.

Сетевой график (сеть) состоит из дуг и узлов(вершин). Дуге соответствует выполненная работа; вершине- событие, т.е. состояние пред работой.

### **8.13 Динамическое программирование**

Принцип оптимальности Беллмана: на каждом этапе необходимо так распределять ресурс, чтобы от начала данного этапа и до конца процесса распределения доход был максимальным.

Динамическое программирование дает возможность принять ряд последовательных решений (многошаговый процесс), обеспечивающих оптимальность развития процесса в целом.

### **8.15 Теория игр**

Методами обоснования решений в условиях неопределённости и риска занимается математическая теория игр.

В теории игр рассматриваются такие ситуации, когда имеются два участника выполнения операции, каждый из которых преследует противоположные цели. В качестве участников могут выступать коллективы, конкурирующие предприятия и т.п.

так как цели противоположны а результат мероприятия каждой из сторон зависит от действий конкурента, то эти действия называют конфликтными ситуациями. В конфликтной ситуации сталкиваются противоположные интересы двух участников. Формальная (схематизированная) модель конфликтной ситуации, называется игрой. Результат игры- победа или

поражение, которое не всегда имеют количественное выражение, можно выразить (условно) числами.

Возможные варианты (исходы) игры сводятся в прямоугольную таблицу-платежную матрицу, в которой строки соответствует различным стратегиям игрока, столбцы- стратегиям игрока, называются ценой игры.

Цель теории игр- выработка рекомендации для различного поведения игроков в конфликтные ситуации т.е. выбор оптимальной стратегии для каждого из них.

### **8.16 Эвристическое программирование**

Эвристическое программирование- методы решения задач, опирающиеся на принятии решений.

Применительно к задачам управления эвристическое программирование реализуется через:

- использование интуитивного метода. Метод решения может вытекать из практики прошлых действий которая себя оправдала в большинстве случаев.
- задание экспертного варианта. Задача управления облегчается если можно проверить изменение критерия эффективности при варьировании отдельных параметров;
- замену одной задачи на другую. В этом случае модель не будет строго отражать существо рассматриваемой ситуации, но для выработки решения можно использовать алгоритм решения выбранной задачи;
- сужение области исследования. Поиск оптимального варианта может упроститься если ввести дополнительные ограничивающие условия.

Эвристическое программирование не является строгим методом решения управленческих задач. Методы эвристического программирования применяют в задачах большой размерности в ситуациях с малым резервом времени.